

01ª QUESTÃO

Seja $z = a + 2i$ um número complexo, em que $a \in \mathbb{R}$ é positivo. O valor de a para que as representações de 1 , z e z^2 no plano de Argand-Gauss formem um triângulo de área 200 é

A () 14.

B () 15.

C () 16.

D () 17.

E () 18.

Assunto: Números Complexos

Seja $a > 0$ e $z = a + 2i$, com o triângulo de vértices 1 , z e z^2 tendo área 200.

1º Passo: Os vértices do triângulo são os pontos

$$A = (1, 0), B = (a, 2) \text{ e } C = (a^2 - 4, 4a).$$

2º Passo: Pelos determinantes, sua área é dada por:

$$\frac{1}{2} |2a^2 - 4a + 10| = |a^2 - 2a + 5|$$

3º Passo: Como o triângulo possui área 200, temos que

$$|a^2 - 2a + 5| = 200$$

Como $a > 0$, temos $a = 15$.

Resposta: B

02ª QUESTÃO

Considere as afirmações:

- I. Existe um poliedro formado por 3 faces triangulares e as demais faces quadrangulares.
- II. Existe um poliedro não convexo com 5 vértices, 9 arestas e 6 faces.
- III. Existe um poliedro convexo com 7 vértices, 16 arestas e 11 faces.

Está(ão) correta(s):

- A () I e II.
B () I e III.

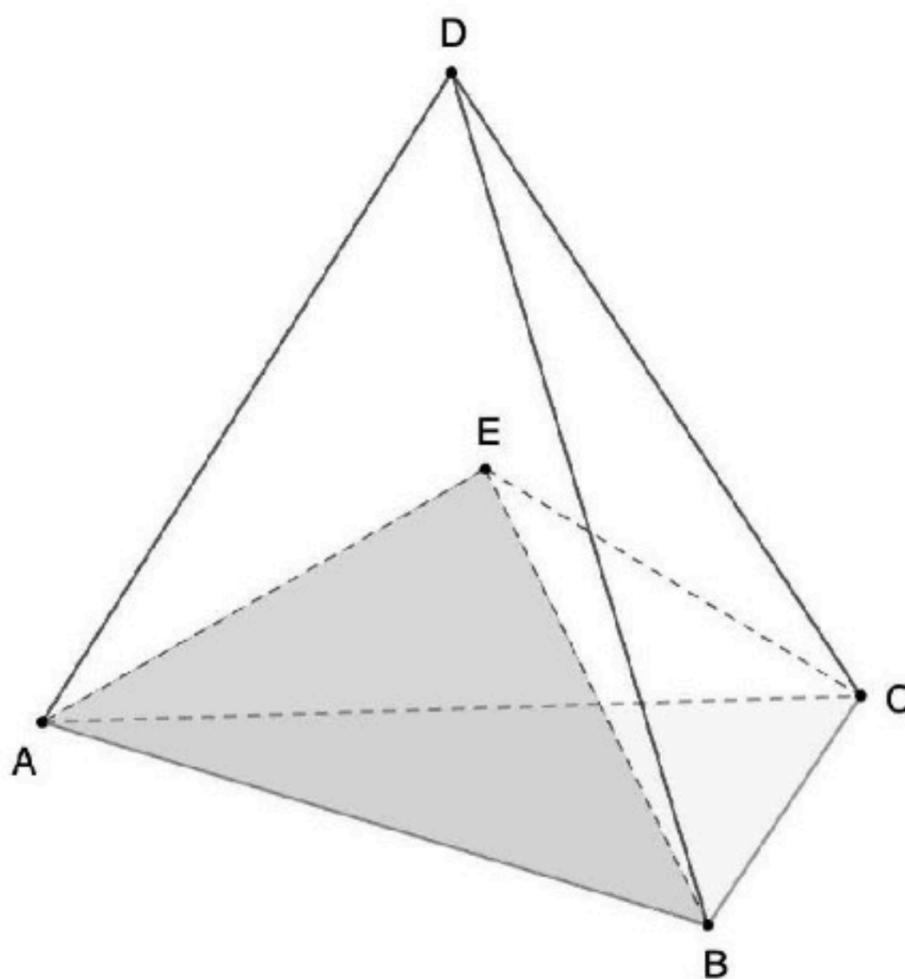
- C () II e III.
D () apenas III.

- E () apenas II.

Assunto: Geometria Espacial

I. **Falso.** Em todo poliedro, o número de faces com uma quantidade ímpar de lados é, necessariamente, **par**. Logo, não pode haver poliedro com exatamente 3 faces ímpares.

II. **Verdade.** Tome o poliedro abaixo, formado a partir de uma pirâmide ABCD subtraindo-se a pirâmide ABCE.



III. **Falso.** Em todo poliedro, $2A \geq 3F$. Como $2A = 32$ e $3F = 33$, tal poliedro não existe.

Resposta: E.

3ª QUESTÃO

O termo independente da expansão de $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \left(x - \frac{2}{x}\right)^5$ é

A () -18.

B () -12.

C () 0.

D () 12.

E () 18.

COLEGIUM

master *Resolve*

ENSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Binômio De Newton

Queremos o termo independente de:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^6 \cdot \left(x - \frac{2}{x}\right)^5$$

1º Passo: Usando o desenvolvimento do Binômio de Newton, temos:

$$\left(\sum_{p=0}^6 \binom{6}{p} x^{6-p} \cdot x^{-p}\right) \left(\sum_{k=0}^5 \binom{5}{k} x^{5-k} \cdot x^{-k} \cdot (-2)^k\right)$$

Então, cada termo tem a forma:

$$\binom{6}{p} \cdot \binom{5}{k} \cdot x^{11-2k-2p} \cdot (-2)^k$$

Para existir o termo independente, devem existir inteiros k e p com: $11 - 2k - 2p = 0$, o que não ocorre por paridade. Assim, não existe termo independente.

Resposta: C

04ª QUESTÃO

Sejam $f(x)$ e $g(x)$ funções reais definidas para todo $x \in \mathbb{R}$. Se para todo $x > 0$ vale a igualdade $g(x^2) = f(2x^2 - x + 1)$, podemos afirmar que

A () f não é sobrejetora.

D () g não é injetora.

B () f não é injetora.

E () $f(a) \neq g(a)$ para todo $a > 0$.

C () g não é sobrejetora.

Assunto: Funções

1ª Solução: Suponha que g seja injetora (e chegaremos a um absurdo).

Como a função x^2 é injetora, para $x > 0$, então $g(x^2)$ é injetora. Mas, neste caso, $h(x) = f(2x^2 - x + 1)$ também será injetora, para $x > 0$. Como $2x^2 - x + 1$ não é injetora em $(0, +\infty)$, existem $x_1 \neq x_2$ positivos tais que $2x_1^2 - x_1 + 1 = 2x_2^2 - x_2 + 1$, ou seja, $h(x_1) = h(x_2)$, uma contradição.

2ª Solução:

A função g não é injetora.

Vamos encontrar dois valores positivos $r_1 \neq r_2$ tais que $g(r_1^2) = g(r_2^2)$. Para isso, basta que

$$f(2r_1^2 - r_1 + 1) = f(2r_2^2 - r_2 + 1).$$

Considere a função quadrática $h(x) = 2x^2 - x + 1$. Observe que a equação $h(x) = a$ equivale a $2x^2 - x + (1 - a) = 0$, que possui duas raízes reais positivas distintas se, e somente se, $\Delta > 0$ e $(1 - a) > 0$. Dessa forma, ficamos com

$$\Delta = 1 - 8(1 - a) > 0 \therefore a > \frac{7}{8}$$

Logo, $\frac{7}{8} < a < 1$. Tome, por exemplo, $a = \frac{9}{10} \in \left(\frac{7}{8}, 1\right)$ e faça r_1 e r_2 as raízes da equação $2x^2 - x + 1 = 9/10$. Note que $r_1 \neq r_2$ e

$$g(r_1^2) = g(r_2^2) = f\left(\frac{9}{10}\right).$$

Resposta: D

05ª QUESTÃO

Sejam $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ e $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ duas sequências numéricas tais que

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k = b_{n+1} - b_1 \text{ para todo } n \in \mathbb{N}.$$

Considere as afirmações abaixo:

- I. Se $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma PG, então $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ também é PG.
- II. Se $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma PG, então $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ também é PG.
- III. Se $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é uma PA, então $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ também é PA.

Está(ão) correta(s):

A () I e II.

C () I e III.

E () nenhuma.

B () II e III.

D () apenas I.

COLEGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA. VÁ VIDA.

Assunto: progressão aritmética e progressão geométrica

I. Verdadeiro.

Prova: Note que

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (b_{n+1} - b_1) - (b_n - b_1) = b_{n+1} - b_n.$$

Se (b_n) é uma PG de razão q , então

$$a_{n+1} = b_{n+2} - b_{n+1} = q(b_{n+1} - b_n) = qa_n,$$

logo (a_n) também é PG.

II. Falso.

Prova: Apresentamos um contra-exemplo. Tome $a_n = 2^{n-1}$ e $b_n = 2^{n-1} + 1$. Então $b_1 = 2$ e

$$S_n = \sum_{k=1}^n 2^{k-1} = 2^n - 1 = (2^n + 1) - 2 = b_{n+1} - b_1.$$

Note que (a_n) é PG, mas (b_n) não é PG.

III. Falso.

Prova: Assuma que (a_n) é PA crescente ($a_1 < a_2 < \dots$). Então $S_n - S_{n-1} = a_n$, o que mostra que as diferenças entre termos consecutivos de S_n cresce, logo (S_n) não é PA.

Resposta: D

06ª QUESTÃO

O conjunto de todos os valores $a \in \mathbb{R}$ para os quais a equação $9^x - (3a + 4)3^x + 2a^2 + 9a - 5 = 0$ tem duas soluções reais distintas é

A () $(6, \infty)$.

B () $\left(\frac{1}{2}, \infty\right) \setminus \{6\}$.

C () $\left(\frac{3}{2}, \infty\right) \setminus \{6\}$.

D () $\mathbb{R} \setminus \{6\}$.

E () \mathbb{R} .

Assunto: Expoencial / Equação do Segundo Grau

Considerando a equação do segundo grau na variável 3^x , devemos ter $\Delta > 0$, ou seja,

$$(3a + 4)^2 - 4(2a^2 + 9a - 5) > 0$$

$$\therefore a^2 - 12a + 36 > 0$$

$$\therefore (a - 6)^2 > 0$$

$$\therefore a \neq 6.$$

Logo,

$$3^x = \frac{(3a + 4) \pm (a - 6)}{2} = \begin{cases} 2a - 1 \\ \text{ou} \\ a + 5 \end{cases}$$

Basta que $2a - 1 > 0$ e $a + 5 > 0$, o que nos dá

$$a > \frac{1}{2} \text{ e } a > -5.$$

A resposta é $a \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \setminus \{6\}$.

Resposta: B.

07ª QUESTÃO

Sejam m, n e k números reais. Considere os sistemas abaixo:

$$\text{I: } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 4z = 1 \end{cases} \quad \text{II: } \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + nz = 5 \\ kx + y - z = 3m + 2n \end{cases}$$

Sabendo-se que os dois sistemas são equivalentes (isto é, possuem o mesmo conjunto solução), o valor de k é

- A () $\frac{1}{3}$. B () $\frac{1}{2}$. C () 1. D () 2. E () 3.

Assunto: Sistemas

Para (I), $2(x + y + z) - (2x + y + 4z) = y - 2z = 1 \Rightarrow y = 2z + 1$.

E $(x + 2y - z) - (x + y + z) = y - 2z = 1 \Rightarrow y = 2z + 1$ (Equivalentemente).

Ademais, $x = 1 - y - z = 1 - z - 2z - 1 = -3z$, logo $(x, y, z) = (-3z, 2z + 1, z)$ é solução para todo z real.

Para (II), tome $z = 0 \Rightarrow x = 0, y = 1$ e $z = 0$ é solução! Logo,

$$0 + M + 0 \cdot z = 5 \Rightarrow M = 5 \text{ e } k \cdot 0 + 1 - 0 = 3 \cdot 5 + 2n \Rightarrow 2n = -14 \Rightarrow n = -7$$

Agora, tome $z = -1 \Rightarrow x = 3, y = -1, z = -1$. Assim,

$$3k + (-1) - (-1) = 3 \cdot 5 + 2 \cdot (-7) \Rightarrow 3k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}.$$

Resposta: A.

08ª QUESTÃO

Considere a função

$$f(x) = \sqrt{\frac{2\text{sen}(2x) + 2\text{sen}(x) - 2\cos(x) - 1}{8(\cos(2x) + 1)}}$$

Seja $I = (a, b)$ o intervalo de maior comprimento contido em $[-\pi, 2\pi]$ tal que $f(x)$ está definida para todo $x \in I$. O valor de $a + b$ é

- A () 0. B () $\frac{\pi}{3}$. C () $\frac{2\pi}{3}$. D () $\frac{5\pi}{6}$. E () $\frac{13\pi}{6}$.

Assunto: Trigonometria

Usando as identidades

$$\text{sen}(2x) = 2 \cdot \text{sen } x \cdot \cos x \text{ e } 1 + \cos(2x) = 2 \cdot \cos^2 x,$$

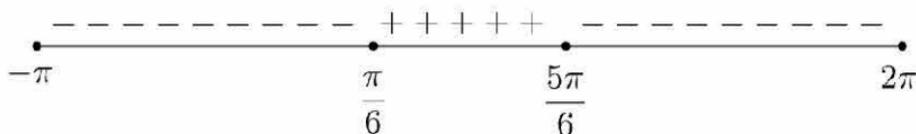
ficamos com

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{\frac{4 \cdot \text{sen } x \cdot \cos x + 2 \cdot \text{sen } x - 2 \cdot \cos x - 1}{16 \cdot \cos^2 x}} \\ &= \frac{\sqrt{(2 \cdot \text{sen } x - 1)(2 \cdot \cos x + 1)}}{4 \cdot |\cos x|} \end{aligned}$$

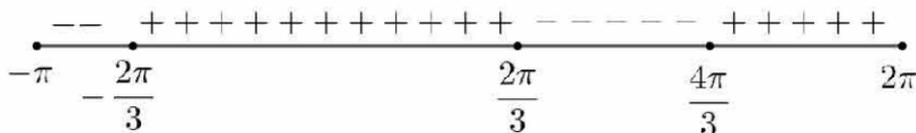
Para que esta função fique bem definida, devemos ter

$$(2 \cdot \text{sen } x - 1)(2 \cdot \cos x + 1) \geq 0 \text{ e } \cos x \neq 0.$$

I) $2 \cdot \text{sen } x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \text{sen } x \geq 1/2$.



II) $2 \cdot \cos x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq -1/2$.



Fazendo a multiplicação de sinais e a condição de existência, obtemos como domínio da função o conjunto:

$$D(f) = \left[-\pi, -\frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right].$$

O intervalo (a, b) de maior comprimento contido em $[-\pi, 2\pi]$ é $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right)$. Logo, $a = \frac{5\pi}{6}$, $b = \frac{4\pi}{3}$ e $a + b = \frac{13\pi}{6}$.

Resposta: E

9ª QUESTÃO

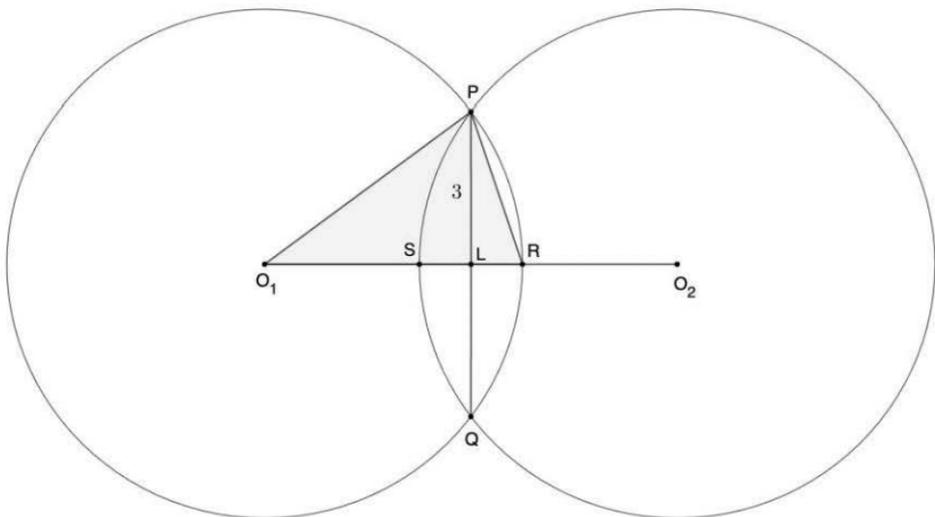
Duas circunferências C_1 e C_2 de centros O_1 e O_2 , respectivamente, têm raio igual a 5 cm e se interceptam nos pontos P e Q , determinando uma corda comum \overline{PQ} de tamanho 6 cm. As interseções de cada circunferência com o segmento $\overline{O_1O_2}$ determinam os pontos R em C_1 e S em C_2 . O volume do sólido de revolução obtido pela rotação do triângulo PO_1R em torno da reta O_1O_2 é, em cm^3 , igual a

- A () π . B () 3π . C () 4π . D () 6π . E () 9π .

Assunto: Geometria Espacial

O sólido gerado é a união de dois cones, como na figura abaixo, cujas bases coincidem com um círculo do raio $PL = 3$. Logo, o volume do sólido será:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot O_1L + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot LR \\ &= 3\pi(O_1L + LR) = 3\pi \cdot 5 \\ &= 15\pi. \end{aligned}$$



Resposta: Nula.

10ª QUESTÃO

Uma raiz comum aos polinômios $p(x) = x^5 - x^3 + 12x - 18$ e $q(x) = x^4 - x^3 + 5x - 3$ é

- A () $-1 + \sqrt{2}i$. B () $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. C () $\sqrt{2} + i$. D () $1 + \sqrt{2}i$. E () $-\sqrt{2} + i$.

COLÉGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Polinômios.

1º Passo: Seja $\alpha \in \mathbb{C}$, que é raiz comum de $F(x)$ e $g(x)$.

Então, $F(x) = g(x) \cdot Q(x) + R(x)$, onde $Q(x)$ e $R(x)$ são o quociente e o resto da divisão de $F(x)$ por $g(x)$. Deste modo, temos $R(\alpha) = 0$, e veja que

$$R(x) = -5x^2 + 10x - 15$$

2º Passo: Então, se α é a raiz comum $\Rightarrow R(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = 1 \pm i\sqrt{2}$.

Veja que tanto $F(x)$ quanto $g(x)$ são divisíveis por $R(x)$.

Deste modo, os polinômios possuem duas raízes comuns: $1 + i\sqrt{2}$ e $1 - i\sqrt{2}$.

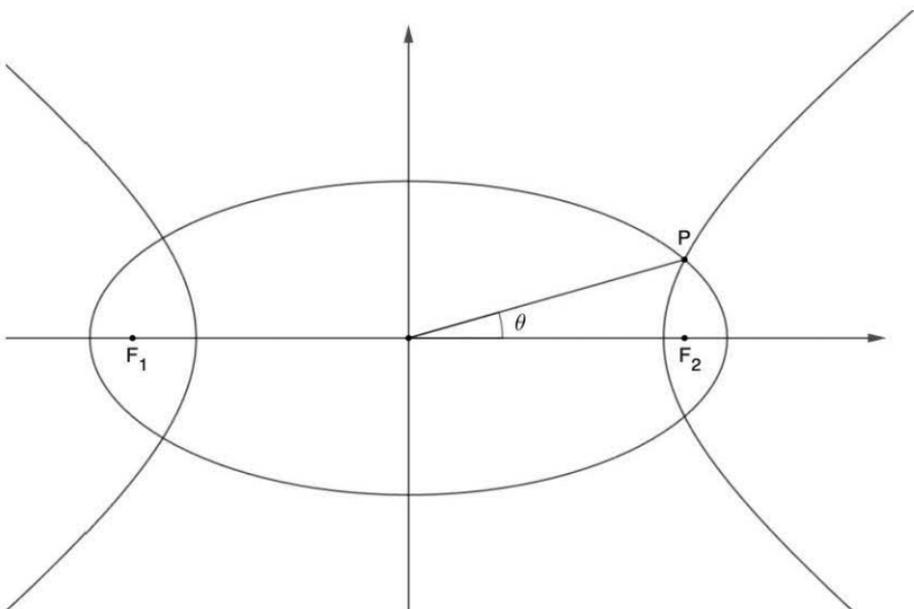
Resposta: D

11ª QUESTÃO

Seja H uma hipérbole no plano cartesiano cujos focos são comuns aos focos da elipse $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Seja P um ponto de intersecção de E e H no primeiro quadrante e O a origem do sistema cartesiano. Sabendo que \overline{OP} forma um ângulo θ com o eixo horizontal O_x , com $\tan(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{6}$, a excentricidade de H é

- A () $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B () $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C () $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. D () $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. E () $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Assunto: Geometria Analítica



i) Temos $\operatorname{tg} \theta = \frac{y_P}{x_P} = \frac{\sqrt{3}}{6} \therefore y_P = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot x_P$. Logo,

$$\frac{x_P^2}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 x_P^2 = 1 \Leftrightarrow x_P^2 = 3 \therefore x_P = \sqrt{3} \text{ e } y_P = \frac{1}{2}.$$

ii) Na elipse, $a_E^2 = 4 \therefore a_E = 2$ e $b_E^2 = 1 \therefore b_E = 1$. Logo,
 $c_E^2 = a_E^2 - b_E^2 = 3 \therefore c_E = \sqrt{3} = c_H$.

Daí, $F_1 = (-\sqrt{3}, 0)$ e $F_2 = (\sqrt{3}, 0)$.

iii) Na hipérbole, $PF_1 - PF_2 = 2a_H$ (eixo focal). Logo,

$$2a_H = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0^2} = \sqrt{\frac{49}{4}} - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3.$$

Portanto, $a_H = \frac{3}{2}$ e $e = \frac{c_H}{a_H} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Resposta: A

12ª QUESTÃO

Um número $m \in \mathbb{N}$, ao ser multiplicado por 16, resulta em um número com 231 divisores inteiros positivos. Considere as afirmações:

- I. m é um número par.
- II. m é um quadrado perfeito.
- III. $16m$ tem 3 fatores primos distintos.

É(São) VERDADEIRA(S):

- A () apenas I. C () I e II. E () II e III.
 B () apenas II. D () I e III.

Assunto: aritmética (divisibilidade e quantidade de divisores)

Começamos relembando a fórmula da quantidade de divisores positivos de um número inteiro positivo: se $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$ é a fatoração em primos distintos de um inteiro positivo, então a quantidade de divisores positivos de n é igual a

$$d(n) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \cdots (\alpha_k + 1).$$

Note que esse número é ímpar se e somente se $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ são todos pares se e somente se n é um quadrado perfeito. Vamos às afirmações.

I. Verdadeiro.

Prova: Se m não é par, então a fatoração em números primos de $16m$ é igual a

$$16m = 2^4 p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k},$$

onde p_2, \dots, p_k são primos ímpares, e daí $d(16m) = 5(\alpha_2 + 1) \cdots (\alpha_k + 1)$ é um múltiplo de 5. Como 231 não é múltiplo de 5, segue que m é par.

II. Verdadeira.

Prova: Como observado acima, $16m$ é um quadrado perfeito, digamos $16m = a^2$ onde 4 divide a . Mas então $m = \left(\frac{a}{4}\right)^2$ é um quadrado perfeito.

III. Falso.

Prova: Observando que $231 = 21 \cdot 11$, exibimos um contra-exemplo em que m possui apenas dois fatores primos distintos: se $m = 2^{16} \cdot 3^{10}$, então $16m = 2^{20} \cdot 3^{10}$ e portanto $d(n) = 21 \cdot 11 = 231$.

Resposta: C

13ª QUESTÃO

Considere uma partícula cuja posição é dada pela função horária

$$x(t) = \sqrt{D^2 + (Vt - D)^2},$$

em que V e D são constantes positivas, com unidades adequadas. Seja $\bar{v}(t)$ a velocidade média do móvel entre o instante inicial $t_0 = 0$ s e um instante arbitrário t . Assinale a alternativa que contém a distância percorrida pela partícula desde o início do movimento até o instante no qual $v(t) = 0$ m/s.

A () $(\sqrt{2}-1)D$

C () $\sqrt{2}D$

E () $2\sqrt{2}D$

B () $2(\sqrt{2}-1)D$

D () $2D$

Assunto: Cinemática

Do enunciado, temos que: $x(t) = \sqrt{D^2 + (Vt - D)^2}$

Para $t = 0$, temos: $x(0) = \sqrt{D^2 + D^2} = D\sqrt{2}$.

Vamos analisar o comportamento da função $x^2(t)$:

$$\begin{aligned} x^2 &= D^2 + (Vt - D)^2 \\ \therefore x^2 &= 2D^2 + 2D Vt + V^2 t^2 \\ \therefore x^2 &= (V^2)t^2 + (2DV)t + 2D^2 \end{aligned}$$

O máximo valor de x^2 será o vértice da parábola acima:

$$x_{\text{máx}}^2 = x_{\text{vértice}}^2 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(2DV)^2 - 4V^2 \cdot 2D^2}{4 \cdot V^2} = D^2 \Rightarrow x_{\text{máx}} = D$$

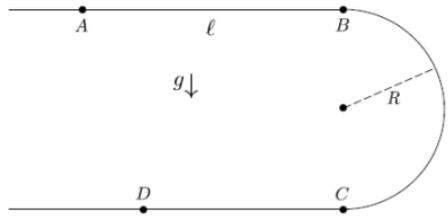
Logo, a distância percorrida d será:

$$d = 2(x_0 - x_{\text{máx}}) = 2(D\sqrt{2} - D) \Rightarrow \boxed{d = 2(\sqrt{2} - 1)D}$$

Resposta: B

14ª QUESTÃO

Um carrinho realiza um percurso sobre um trilho em um plano vertical, como mostra a figura ao lado. Partindo do repouso no ponto A , ele percorre uma distância ℓ até o ponto B com aceleração constante a_0 . Ao chegar ao ponto B , segue uma trajetória circular de raio R sob a ação da aceleração gravitacional até o ponto C . Então, passa a executar um movimento retilíneo uniforme. Ao chegar ao ponto D , realiza uma colisão perfeitamente inelástica com um outro carrinho de mesma massa.



Desconsiderando efeitos de forças de atrito, assinale a alternativa que corresponde ao módulo da velocidade do carrinho após o choque.

A () $\frac{1}{2}\sqrt{2a_0\ell + 4gR}$

C () $\sqrt{a_0\ell + 2gR}$

E () $\sqrt{2(a_0\ell + 2gR)}$

B () $\sqrt{\frac{1}{2}(a_0\ell + gR)}$

D () $\frac{1}{2}\sqrt{a_0\ell + 2gR}$

COLÉGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Trabalho & Energia

Primeiramente vamos determinar o valor da velocidade v (velocidade com que a partícula entra no trecho circular):

$$v^2 = v_0^2 + 2a_0 \Delta s$$

$$\therefore v^2 = 0 + 2a_0 \ell$$

$$\therefore v = \sqrt{2a_0 \ell}$$

Agora vamos calcular o valor da velocidade w com a qual a partícula chega ao final do trecho circular.

$$E_{mec_A} = E_{mec_B}$$

$$\therefore \frac{mv^2}{2} + m g \cdot 2R = \frac{mw^2}{2}$$

$$\therefore v^2 + 4gR = w^2$$

$$\therefore w^2 = 2a_0 \ell + 4gR$$

$$\therefore w = \sqrt{2a_0 \ell + 4gR}$$

Ao analisar a colisão inelástica, e designando por u a velocidade do sistema após o impacto, aplicando o princípio da conservação da quantidade de movimento, temos:

$$mw = 2mu \Rightarrow u = \frac{w}{2} \Rightarrow u = \frac{1}{2}\sqrt{2a_0 \ell + 4gR}$$

Resposta: A

15ª QUESTÃO

Um explorador em um planeta exótico, circundado por um satélite natural, observa que o intervalo de tempo entre as fases cheia e nova de seu satélite é de 58 dias terrestres. Sabe-se que a massa desse planeta é igual à massa da Terra e muito maior que a massa de seu satélite.

Assinale a alternativa que contém a estimativa correta da distância entre o planeta exótico e seu satélite.

A () 8×10^8 m B () 1×10^9 m C () 2×10^9 m D () 4×10^9 m E () 6×10^9 m

Assunto: Gravitação universal – Leis de Kepler

i) Ao aplicarmos a terceira lei de Kepler para o sistema (Terra + Lua), escrevemos:

$$\frac{T^2}{D^3} = K = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{Terra}}$$
$$\frac{(116.86400)^2}{D^3} = \frac{4.3,14^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}$$
$$D = 1 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Resposta: B.

16ª QUESTÃO

Considere três osciladores massa-mola independentes (1, 2 e 3) de massa m e constantes elásticas k_1 , k_2 e k_3 , respectivamente. O tempo que o sistema massa-mola 1 leva para completar uma oscilação é igual ao tempo que o sistema massa-mola 2 leva para completar duas oscilações e ao tempo que o sistema massa-mola 3 leva para completar três oscilações. Agora considere um sistema composto por essas mesmas três molas acopladas em série e colocadas para oscilar junto a um objeto de massa $4m$.

Assinale a alternativa que contém o valor numérico mais próximo da razão entre a frequência do sistema massa-mola 1 e a frequência do sistema massa-mola em série.

A () 7,5

C () 2,7

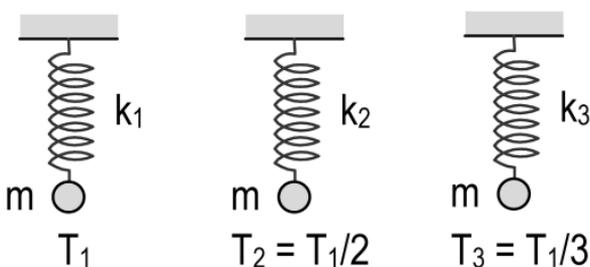
E () 1,0

B () 3,8

D () 2,3

Assunto: Movimento Harmônico Simples

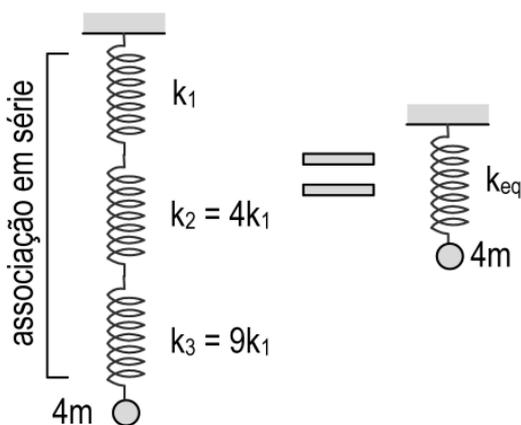
Caso 1:



Vamos estabelecer a relação entre as constantes elásticas das molas:

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} \\ T_2 = \frac{T_1}{2} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} = \frac{1}{2} \cdot \left(2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \right) \Rightarrow k_2 = 4k_1 \\ T_3 = \frac{T_1}{3} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_3}} = \frac{1}{3} \cdot \left(2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1}} \right) \Rightarrow k_3 = 9k_1 \end{cases}$$

Caso 2: Agora vamos determinar a constante elástica da associação de molas:



$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{4k_1} + \frac{1}{9k_1} = \frac{49}{36k_1} \Rightarrow k_{eq} = \frac{36k_1}{49}$$

Assim, a frequência do novo sistema será:

$$f_{final} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{4m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{36k_1}{49 \cdot 4m}} = \frac{6}{14} \left(\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1}{m}} \right) = \frac{3}{7} f_1$$

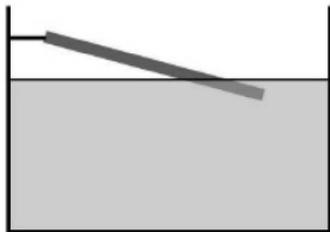
Logo,

$$\frac{f_1}{f_{final}} = \frac{7}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{f_1}{f_{final}} = 2,3}$$

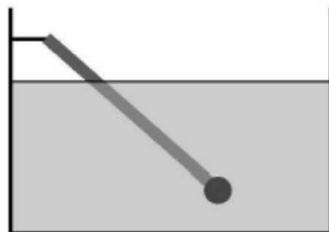
Resposta: D

17ª QUESTÃO

Uma barra homogênea e fina de seção reta circular A e comprimento L tem uma de suas extremidades fixas a uma articulação, podendo girar sem atrito. As figuras abaixo mostram duas situações nas quais a barra se encontra em equilíbrio estático. No primeiro caso, a barra está parcialmente mergulhada em uma cuba preenchida com um líquido, de forma que 25% de seu comprimento ficam submersos, conforme a figura (a). No segundo caso, um objeto pontual, com 50% da massa da barra, está fixado em sua extremidade livre, como ilustra a figura (b).



(a)



(b)

Assinale a alternativa correspondente ao novo comprimento submerso da barra na situação exposta na figura (b).

A () $L \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C () $\frac{1}{2}L$

E () $\frac{3}{4}L$

B () $L \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

D () $\frac{3}{8}L$

COLÉGIO

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Estática + Empuxo

i) Ao aplicarmos a condição de equilíbrio para a não-rotação, temos:

(a) Para a situação inicial:

$$P \frac{L}{2} = E \cdot \frac{7L}{8}$$

$$\rho_c \cdot A \cdot L \cdot g \cdot \frac{L}{2} = \rho_L \cdot g \cdot A \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{7L}{8}$$

$$\frac{\rho_c}{\rho_L} = \frac{7}{16}$$

(b) Para a situação final:

$$P \frac{L}{2} + \frac{P}{2} \cdot L = E' \cdot \left(L - \frac{x}{2}\right)$$

$$\rho_c A \cdot L \cdot g \cdot L = \rho_L \cdot g \cdot A \left(L - \frac{x}{2}\right) \cdot x$$

$$\rho_c \cdot L^2 = \rho_L \cdot \left(L - \frac{x}{2}\right) \cdot x$$

ii) Substituindo a equação I na equação II:

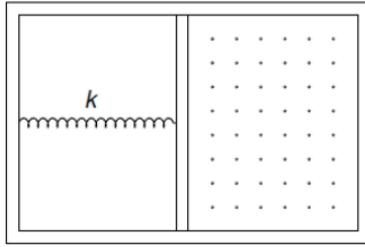
$$\left(\frac{7}{16}\right) L^2 = L \cdot x - \left(\frac{x^2}{2}\right)$$

$$\frac{x}{L} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Resposta: B

18ª QUESTÃO

Um recipiente de paredes diatérmicas é dividido ao meio por um êmbolo de área A . O lado esquerdo do êmbolo é conectado ao recipiente por uma mola ideal de constante elástica k , em uma região onde há vácuo. No lado direito do êmbolo, há um gás ideal a uma pressão inicial P_0 . Então, uma quantidade Q de calor é transferida a esse gás por um processo reversível e isotérmico.



Assinale a alternativa que fornece a diferença entre o comprimento natural da mola e o seu comprimento ao final do processo descrito.

A () $\sqrt{\frac{2Q}{k}}$

D () $\sqrt{\frac{Q}{k} + \left(\frac{P_0 A}{k}\right)^2}$

B () $\sqrt{\frac{2Q}{k} + \frac{P_0 A}{k}}$

E () $\sqrt{\frac{2Q}{k} + \left(\frac{P_0 A}{k}\right)^2}$

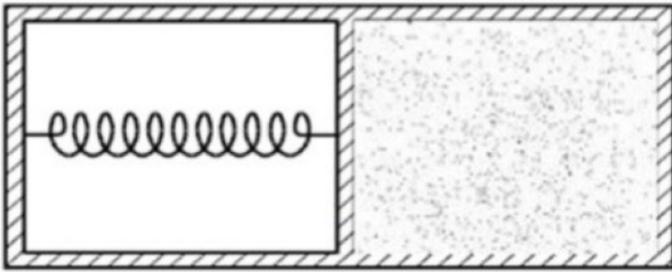
C () $\sqrt{\frac{Q}{2k} + \frac{P_0 A}{k}}$

COLÉGIO

master Resolve

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Termodinâmica



Do estado inicial, podemos encontrar a deformação inicial da mola

$$P_0 = \frac{F_{el}}{A} = \frac{k \cdot \Delta x_i}{A}$$

$$\Delta x_i = \frac{P_0 \cdot A}{k} \quad (eq. 1)$$

Sendo uma transformação isotérmica, $\Delta U = 0$, logo,

$$\Delta U = Q - W \rightarrow Q = W$$

O trabalho realizado pelo gás foi utilizado para variar a energia potencial elástica da mola

$$Q = \Delta E_{ela} = \frac{1}{2} k \Delta x_f^2 - \frac{1}{2} k \Delta x_i^2$$

$$Q = \frac{1}{2} k (\Delta x_f^2 - \Delta x_i^2)$$

$$\Delta x_f^2 = \frac{2Q}{k} + \Delta x_i^2$$

Substituindo a equação 1, temos

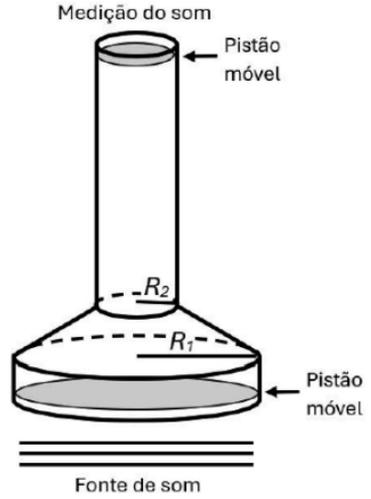
$$\Delta x_f^2 = \frac{2Q}{k} + \left(\frac{P_0 \cdot A}{k}\right)^2$$

$$\Delta x_f = \sqrt{\frac{2Q}{k} + \left(\frac{P_0 \cdot A}{k}\right)^2}$$

Resposta: E

19ª QUESTÃO

O estetoscópio é um instrumento amplamente utilizado por profissionais de saúde para auscultar sons internos do corpo humano, como batimentos cardíacos e fluxo sanguíneo. Considere o modelo simplificado de um estetoscópio, ilustrado na figura, composto de um cone truncado de bases circulares, cuja base maior possui raio R_1 , e a base menor, raio R_2 . Nos cilindros, perfeitamente conectados em cada base, há pistões finos e rígidos de massa desprezível, que podem se mover para cima e para baixo sem atrito. Considere que a onda sonora atinge toda a superfície do pistão maior e que sua energia é transferida integralmente para o pistão menor. Assinale a alternativa que corresponde à amplificação, em dB, em função dos raios das extremidades do estetoscópio.

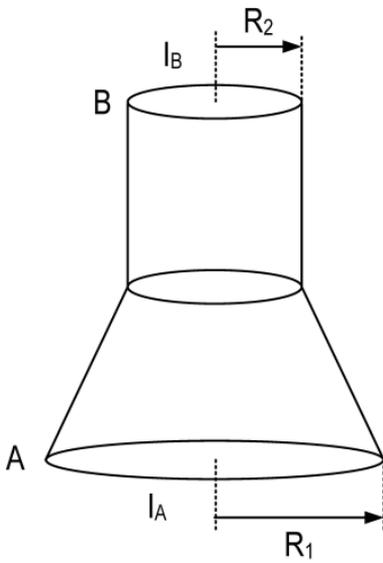


- A () $2 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$
B () $4 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$

- C () $20 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$
D () $40 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$

- E () $80 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)$

Assunto: Acústica



Sabemos que a potência é constante durante essa propagação sonora, desse modo,

$$\begin{aligned} \text{Pot}_A &= \text{Pot}_B \\ \therefore I_A A_A &= I_B A_B \\ \therefore I_A (\pi R_1^2) &= I_B (\pi R_2^2) \\ \therefore I_A R_1^2 &= I_B R_2^2 \\ \therefore \frac{I_B}{I_A} &= \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \end{aligned}$$

Logo, amplificação, em dB, em função dos raios das extremidades do estetoscópio será:

$$\Delta N = 10 \log \left(\frac{I_B}{I_A} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta N = 20 \log \left(\frac{R_1}{R_2} \right)}$$

Resposta: C

20ª QUESTÃO

O arco-íris é um fenômeno meteorológico de grande beleza e com profundo simbolismo para diferentes culturas. Sua explicação física foi debatida desde a antiguidade até o início da idade moderna. A respeito desse fenômeno, são feitas as seguintes afirmações:

- I. Cada componente de comprimento de onda da luz do Sol que incide sobre uma gotícula de água suspensa na atmosfera emerge com o mesmo ângulo de espalhamento.
- II. Para a formação do arco-íris, são necessárias tanto a ocorrência de refração quanto a de reflexão da luz.
- III. O efeito visual do arco-íris é resultado de a luz do Sol ser policromática e de a água ser um meio dispersivo na faixa do espectro eletromagnético visível.

Está(ão) correta(s):

A () apenas I.

C () apenas I e III.

E () I, II e III.

B () apenas I e II.

D () apenas II e III.

Assunto: Óptica Geométrica

Afirmativa I: (Incorreta) Cada componente de comprimento de onda (cores) se comporta de maneira diferente ao ser refratado na gota de água. Isso ocorre devido à dispersão, que faz com que ângulos de refração sejam diferentes para cada cor.

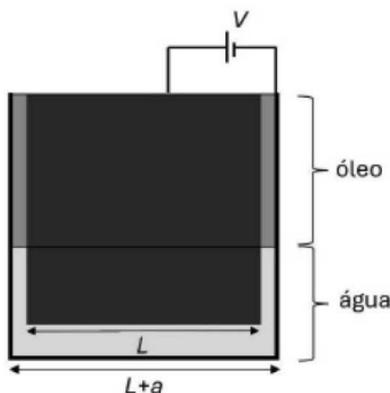
Afirmativa II: (Correta) A formação do arco-íris envolve tanto a refração (quando a luz entra e sai da gota) quanto a reflexão interna dentro da gota.

Afirmativa III: (Correta) O arco-íris é resultado da dispersão da luz branca do Sol em suas diferentes cores ao passar por um meio dispersivo, como a água, que separa a luz em suas componentes.

Resposta: D.

21ª QUESTÃO

Considere um tanque cúbico metálico de lado $L + a$ ($L \gg a$), aberto no topo, preenchido com água e óleo. O tanque contém, no seu interior, um cubo metálico de lado L , com 5 de seus lados totalmente submersos e o outro emerso na superfície, centralizado com a face aberta do tanque. Uma diferença de potencial de V é estabelecida entre o cubo e o tanque, de forma que o sistema atue como um capacitor. A vista frontal do sistema encontra-se ilustrada na figura ao lado. Sabe-se que o óleo possui uma densidade de $d_o = 0,90 \text{ g/cm}^3$ e constante dielétrica κ_o , que a água tem uma densidade igual a $d_a = 1,0 \text{ g/cm}^3$ e constante dielétrica κ_a e que a densidade do cubo é $d_c = 0,92 \text{ g/cm}^3$.



Desconsiderando efeitos de borda, assinale a alternativa que fornece a capacitância do sistema.

- A () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (6,4\kappa_o + 2,6\kappa_a)$
 B () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (6,4\kappa_o + 1,6\kappa_a)$
 C () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (3,2\kappa_o + 0,8\kappa_a)$
 D () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (3,2\kappa_o + 1,8\kappa_a)$
 E () $\frac{\epsilon_0 L^2}{a} (1,6\kappa_o + 6,4\kappa_a)$

COLEGIO

master Resolve

ENSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Estática + Empuxo

i) Representando por x a altura imersa em água, temos para o equilíbrio do cubo:

$$E = P_{cubo}$$

$$\rho_{\text{água}} \cdot g \cdot L^2 \cdot x + \rho_{\text{óleo}} \cdot g \cdot L^2 (L - x) = \rho_{cubo} \cdot g \cdot L^3$$

$$1 \cdot x + 0,9(L - x) = 0,92 \cdot L$$

$$x = 0,2 \cdot L$$

ii) Como as superfícies externas do cubo e do recipiente estão sujeitos a mesma ddp (V), temos uma associação de nove capacitores em paralelo, sendo quatro com óleo e cinco com água (4 armaduras laterais com óleo + 4 armaduras laterais com água + 1 armadura inferior com água).

$$C = \frac{4 \cdot k_o \cdot \epsilon_0 \cdot (0,8L \cdot L)}{(a/2)} + \frac{4 \cdot k_a \cdot \epsilon_0 (0,2L \cdot L)}{(a/2)} + \frac{1 \cdot k_a \cdot \epsilon_0 L^2}{a}$$

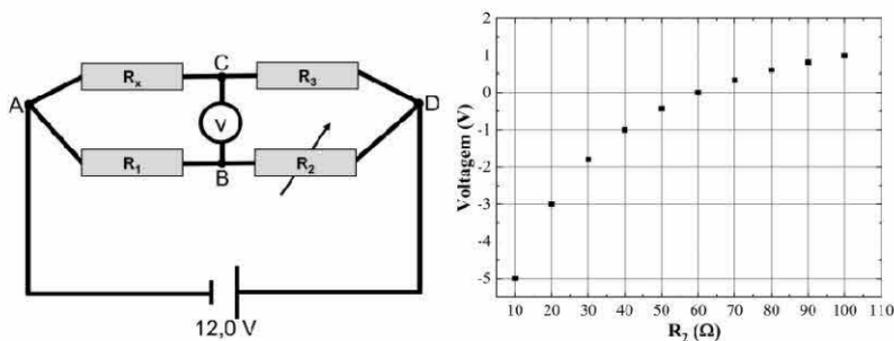
$$C = \frac{6,4 \cdot k_o \cdot \epsilon_0 \cdot L^2}{a} + \frac{2,6 \cdot k_a \cdot \epsilon_0 \cdot L^2}{a}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot L^2}{a} (6,4 \cdot k_o + 2,6 \cdot k_a)$$

Resposta: A

22ª QUESTÃO

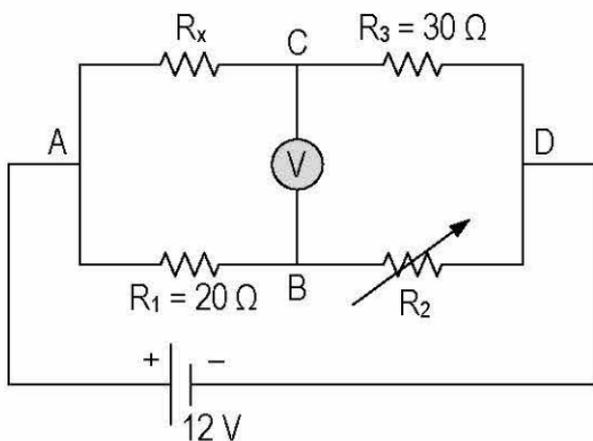
Com o intuito de medir a resistência elétrica de um resistor R_x , foi montado o circuito mostrado na figura. Nesse circuito, sabe-se que os resistores R_1 e R_3 possuem resistências de $20\ \Omega$ e $30\ \Omega$, respectivamente, e que R_2 é um reostato cuja resistência pode variar de 0 a $100\ \Omega$. Foi feito um experimento em que, à medida que a resistência R_2 era variada, a voltagem entre os pontos C e B era medida por um voltímetro V. Os resultados das medições estão apresentados no gráfico.



Sabendo que a tensão da fonte é contínua e possui um valor de $12,0\ \text{V}$, assinale a alternativa que corresponde ao valor aproximado da resistência elétrica R_x .

- A () $4\ \Omega$ C () $12\ \Omega$ E () $50\ \Omega$
 B () $10\ \Omega$ D () $20\ \Omega$

Assunto: Circuitos Elétricos



No gráfico, observamos que o voltímetro registra um valor nulo para a tensão quando R_2 é igual a $60\ \Omega$. Portanto, podemos concluir que, nesse caso, a ponte está equilibrada. Assim, o valor de R_x será determinado.

$$R_x \cdot 60 = 20 \cdot 30 \Rightarrow \boxed{R_x = 10\ \Omega}$$

Resposta: B

23ª QUESTÃO

Um campo magnético diminui ao longo do tempo a uma taxa fixa de $(20\hat{i} - 10\hat{j} + 12\hat{k})$ T/s. Considere uma circunferência feita com material cuja resistência por unidade de comprimento vale $3 \Omega/\text{m}$ e que passa pela origem e pelos pontos $(4 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ e $(2 \text{ m}, 2 \text{ m}, 0 \text{ m})$.

Assinale a alternativa que corresponde ao valor da corrente que flui pela circunferência.

A () 2,0 A

C () 4,0 A

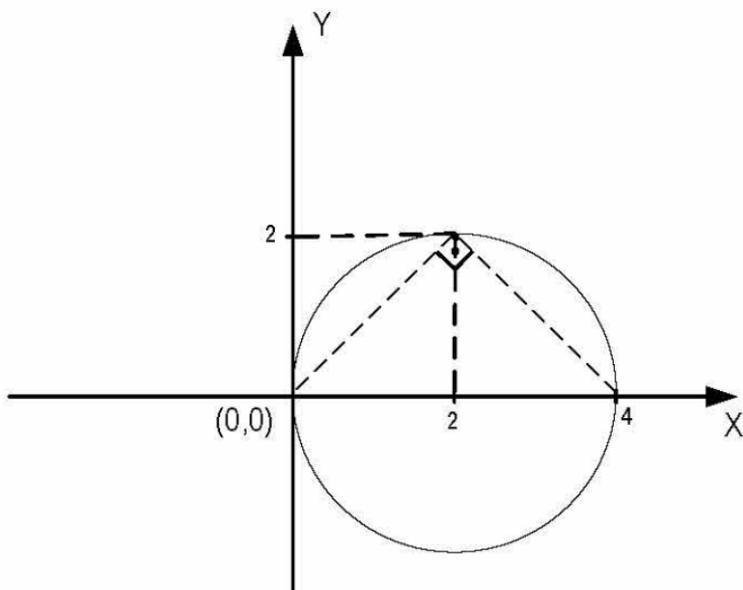
E () 8,5 A

B () 3,3 A

D () 6,7 A

Assunto: Eletromagnetismo

Com os dados da questão podemos construir a seguinte figura no plano XY



Por geometria, temos que o raio da espira é $r = 2 \text{ m}$.

Da Lei de Faraday, temos

$$\left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \varepsilon = Ri = \lambda 2\pi r i$$

$$\frac{d\vec{B}}{dt} \cdot A\hat{k} = \lambda 2\pi r i$$

$$(20\hat{i} - 10\hat{j} + 12\hat{k}) \cdot \pi r^2 \hat{k} = \lambda 2\pi r i$$

$$12\pi r^2 = \lambda 2\pi r i$$

$$i = \frac{12r}{2 \cdot \lambda} = 4 \text{ A}$$

Resposta: C

24ª QUESTÃO

O efeito Raman ocorre quando há o espalhamento inelástico da luz pela matéria, de forma que o fóton espalhado contém um pequeno decréscimo ou incremento de um *quantum* de energia relacionado a transições entre modos vibracionais na matéria. Em um experimento realizado a temperatura ambiente, um fóton incidente de comprimento de onda de 620 nm é espalhado por um cristal, resultando em um fóton espalhado com comprimento de onda de 590 nm. Suponha que esse mesmo cristal, submetido à mesma radiação incidente, seja mantido a uma temperatura próxima ao zero absoluto, de tal forma que somente um modo vibracional esteja envolvido no espalhamento inelástico.

Assinale a alternativa que corresponde ao comprimento de onda do fóton espalhado.

- A () 565 nm C () 602 nm E () 653 nm
B () 590 nm D () 640 nm

Assunto: Física Moderna

Na situação inicial o cristal perde uma energia

$$\Delta E = hc \cdot \left(\frac{1}{590} - \frac{1}{620} \right)$$

Temos que, em temperaturas próximas ao zero absoluto, o cristal não pode mais perder energia.

Além disso, considerando que o cristal absorve a mesma quantidade de energia perdida na situação inicial, temos

$$\begin{aligned} \Delta E &= hc \cdot \left(\frac{1}{620} - \frac{1}{\lambda_f} \right) \\ hc \cdot \left(\frac{1}{590} - \frac{1}{620} \right) &= hc \cdot \left(\frac{1}{620} - \frac{1}{\lambda_f} \right) \\ \frac{1}{\lambda} &= \frac{2}{620} - \frac{1}{590} \\ \lambda &= \frac{620 \cdot 590}{2 \cdot 590 - 620} \\ \lambda &\cong 653 \text{ nm} \end{aligned}$$

Resposta: E

25ª QUESTÃO

São feitas as seguintes afirmações sobre processos de combustão:

- I. A velocidade de propagação da chama é a velocidade com que a frente de chama se move através de uma mistura reagente.
- II. Um combustível pode gerar uma chama azul ou amarela, sendo esta última a de maior energia.
- III. A detonação é um tipo de combustão que ocorre à alta pressão e temperatura, em que a onda de choque se propaga em velocidade supersônica.
- IV. Reações de combustão não sofrem efeitos catalíticos.

Estão CORRETAS

A () apenas I e II.

C () apenas II e III.

E () apenas III e IV.

B () apenas I e III.

D () apenas II e IV.

COLÉGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Química Descritiva

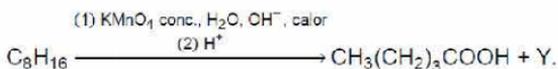
- I. Verdadeiro, A velocidade de propagação de uma chama é a taxa na qual a frente de chama se desloca através de uma mistura combustível e comburente em uma direção perpendicular à própria frente de chama. Essa velocidade depende de fatores físico-químicos da mistura.
- II. Falso, A chama amarela relaciona-se a uma combustão fuliginosa, logo resulta de uma queima incompleta, que envolve menor liberação de energia.
- III. Verdadeiro, detonação possui velocidade de propagação supersônica.
- IV. Falso, as reações de combustão podem aceleradas(catalisadas) ou retardadas.

Resposta: B

26ª QUESTÃO

Considere a seguinte equação química que representa a reação do composto

C_8H_{16} :



São feitas as seguintes afirmações a respeito da reação:

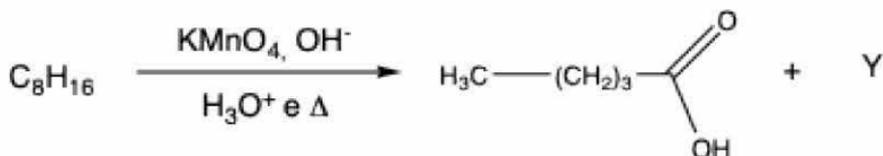
- I. O produto Y é, majoritariamente, o propanal.
- II. O alqueno reagente pode ser o cis-oct-3-eno.
- III. O alqueno reagente pode ser o trans-oct-3-eno.
- IV. A reação, nas condições mencionadas, é de oxidação, portanto leva à formação majoritária de compostos oxidados.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) ERRADA(S).

- A () Apenas I. C () Apenas I, III e IV. E () Apenas III e IV.
B () Apenas I e II. D () Apenas II e IV.

Assunto: Reações Orgânicas.

A reação proposta no problema é:



Analisando as afirmativas, teremos:

- I. Falso, Y deverá ser uma cetona ou um ácido carboxílico devido as condições enérgicas.
- II. Verdadeiro, a estereoquímica do reagente não pode ser determinada pela oxidação enérgica.
- III. Verdadeiro, similar ao item II, a estereoquímica do reagente não pode ser determinada pela oxidação enérgica.
- IV. Verdadeiro, a condição de aquecimento mostra que a oxidação se estenderá o máximo possível.

Resposta: A

27ª QUESTÃO

Considere as seguintes afirmações relacionadas a propriedades periódicas:

- I. Os gases nobres não possuem tendência em receber elétrons, porque qualquer elétron adicionado deve ocupar um orbital exterior a uma camada completa e distante do núcleo.
- II. O raio iônico do As^{3-} é menor que do Se^{2-} .
- III. A primeira energia de ionização do P é menor que a primeira energia de ionização do S.
- IV. O raio atômico do Na é maior que o raio atômico do Mg.

Assinale a opção que contém a(s) afirmação(ões) CORRETA(S).

A () Apenas I, II e IV.

C () Apenas II e III.

E () Todas.

B () Apenas I e IV.

D () Apenas III.

COLEÇÃO

master *Resolve*

ENSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Propriedades Periódicas

- I. (V), os gases nobres são estáveis, subnível p totalmente preenchido, e por isso não tem tendência a ganhar elétrons.
- II. (F), as duas espécies são isoeletrônicas e nesse caso quanto maior o número atômico, menor o raio, portanto, o Se^{2-} tem raio menor do que o As^{3-} .
- III. (F), o fósforo tem 1º potencial de ionização maior do que o enxofre, pois apresenta uma configuração eletrônica mais estável, com o subnível p semipreenchido.
- IV. (V), o raio do sódio é maior, pois ele apresenta menor carga nuclear efetiva.

Resposta: B

28ª QUESTÃO

O volume de 400 mL de ar foi recolhido em um recipiente hermético, a bordo de um avião em voo, à pressão interna de 0,8 atm e 30 °C. Após o pouso, o ar foi transferido para um instrumento de medição em solo em condições ambiente. Assinale a alternativa que apresenta aproximadamente o volume de ar, em mL, medido pelo instrumento em solo.

A () 267.

B () 300.

C () 315.

D () 325.

E () 492.

COLEÇÃO

master *Resolve*

ERSINA NO COLEGIO, EDUCA NA VIDA.

Assunto: Gases

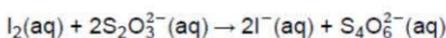
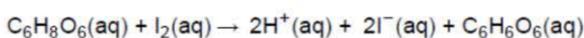
Para uma mesma quantidade de gás ideal, tem-se:

$$\frac{PV}{T} = \frac{P'V'}{T'} \Rightarrow \frac{0,8 \cdot 400}{303} = \frac{1 \cdot V'}{298} \Rightarrow \boxed{V' = 315 \text{ mL}}$$

Resposta: C

29ª QUESTÃO

Para quantificar o ácido ascórbico ($C_6H_8O_6$) em uma amostra de alimento, foram adicionados 100 mL de uma solução aquosa $0,005 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ em I_2 . Após a reação completa do ácido ascórbico, o I_2 remanescente foi titulado com uma solução aquosa $0,005 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ em $Na_2S_2O_3$, sendo utilizados 20 mL dessa solução até o ponto de equivalência.



Considere as seguintes afirmações sobre a reação:

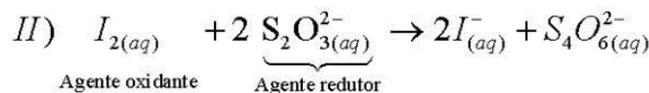
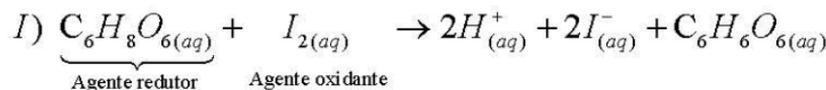
- I. Entre I_2 e o ácido ascórbico, há uma reação de oxirredução, em que o ácido ascórbico age como agente redutor, e o I_2 , como agente oxidante.
- II. A quantidade de ácido ascórbico presente na amostra é de aproximadamente 0,08 g.
- III. Após a titulação de neutralização do ácido ascórbico ($pK_{a1} = 4,17$) com I_2 , no ponto de equivalência, o pH da solução resultante é maior que 7,0.
- IV. O I_2 pode ser substituído por Br_2 como titulante no processo de quantificação do ácido ascórbico por titulação.

Com base nas afirmações acima, estão CORRETAS

- A () apenas I e II. C () apenas I e III. E () todas.
B () apenas I, II e IV. D () apenas III e IV.

Assunto: Soluções e Titulação

Tem-se as seguintes reações redox com a identificação dos respectivos agentes oxidantes e redutores:



Em que:

$$n_{total}(I_2) = n_I(I_2) + n_{II}(I_2)$$

$$n_{total}(I_2) = n(C_6H_8O_6) + \frac{1}{2}n(Na_2S_2O_3)$$

$$0,005 \cdot 0,1 = \frac{m(C_6H_8O_6)}{176} + \frac{1}{2}(0,005 \cdot 0,02)$$

$$m(C_6H_8O_6) = \boxed{0,0792g \cong 0,08g}$$

Logo:

I) Correto.

II) Correto.

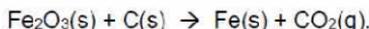
III) Errado. A reação em questão não é uma neutralização e após a reação, devido principalmente a formação de H^+ , o pH estará menor que 7.

IV) Errado. A titulação redox com tiosulfato de sódio é um processo específico para o iodo. (I_2)

Resposta: A

30ª QUESTÃO

Considere a seguinte reação química não balanceada de obtenção do ferro:



São fornecidos os seguintes dados termodinâmicos:

$$\Delta_f H^\ominus(\text{CO}_2) = -393,5 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\Delta_f H^\ominus(\text{Fe}_2\text{O}_3) = -824,2 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$S_m^\ominus(\text{CO}_2) = 213,7 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$S_m^\ominus(\text{Fe}_2\text{O}_3) = 87,4 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$S_m^\ominus(\text{C}) = 5,7 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$S_m^\ominus(\text{Fe}) = 27,3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

Assinale a opção que apresenta a temperatura mínima, em °C, para que essa reação seja espontânea.

A () 541,8.

C () 560,8.

E () 585,8.

B () 554,8.

D () 564,8.

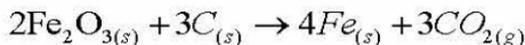
COLEGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Termodinâmica Química

Tem-se a seguinte reação balanceada:



A partir dos dados, pode-se calcular:

$$\Delta H_R^0 = \sum n\Delta H_f^0(P) - \sum n\Delta H_f^0(R)$$

$$\Delta H_R^0 = 3(-393,5) - 2(-824,2) = 467,9 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$$

$$\Delta S_R^0 = \sum nS_m^0(P) - \sum nS_m^0(R)$$

$$\Delta S_R^0 = [3(213,7) + 4(27,3)] - [2(87,4) + 3(5,7)] = 558,4 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Para a espontaneidade, nas condições padrão:

$$\Delta G_R^0 = \Delta H_R^0 - T \Delta S_R^0 < 0$$

$$467,9 - (T + 273,15)(0,5584) < 0$$

$$\boxed{T > 564,78^\circ\text{C}}$$

Resposta: D

31ª QUESTÃO

Uma determinada reação química “A” tem a mesma ordem e o mesmo fator pré-exponencial (k_0) do que uma reação química “B”. Considerando que a energia de ativação da reação “A” é $8,31 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ maior do que a energia de ativação da reação “B”, assinale a alternativa que apresenta a relação entre as constantes de velocidade dessas reações a 227°C .

A () $K_A = e^{-0,002}K_B$.

C () $K_A = e^{-20}K_B$.

E () $K_A = e^{+20}K_B$.

B () $K_A = e^{-2}K_B$.

D () $K_A = e^{+0,002}K_B$.

COLEÇÃO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Cinética Química

Para a reação A, tem-se:

$$\ln K_A = \ln K_0 - \frac{Ea(A)}{R} \cdot \frac{1}{T} \quad (\text{I})$$

E para a reação B:

$$\ln K_B = \ln K_0 - \frac{Ea(B)}{R} \cdot \frac{1}{T} \quad (\text{II})$$

Tomando I - II, na mesma temperatura:

$$\ln K_A - \ln K_B = \ln \left(\frac{K_A}{K_B} \right) = -\frac{1}{T} \left[\frac{Ea(A) - Ea(B)}{R} \right]$$

Substituindo os dados

$$\ln \left(\frac{K_A}{K_B} \right) = -\frac{1}{(227 + 273)} \left[\frac{8310}{8,31} \right] = -2 \Rightarrow \boxed{K_A = (e^{-2})K_B}$$

Resposta: B

32ª QUESTÃO

Considere que dois átomos de Cl da molécula PCl_5 são substituídos por dois átomos de F. Considerando todas as possibilidades de substituição, sejam elas distinguíveis ou indistinguíveis, assinale a alternativa que apresenta a proporção do número de possibilidades de moléculas apolares e polares, respectivamente, em relação ao total.

A () $\frac{1}{10}$ e $\frac{9}{10}$.

C () $\frac{3}{10}$ e $\frac{7}{10}$.

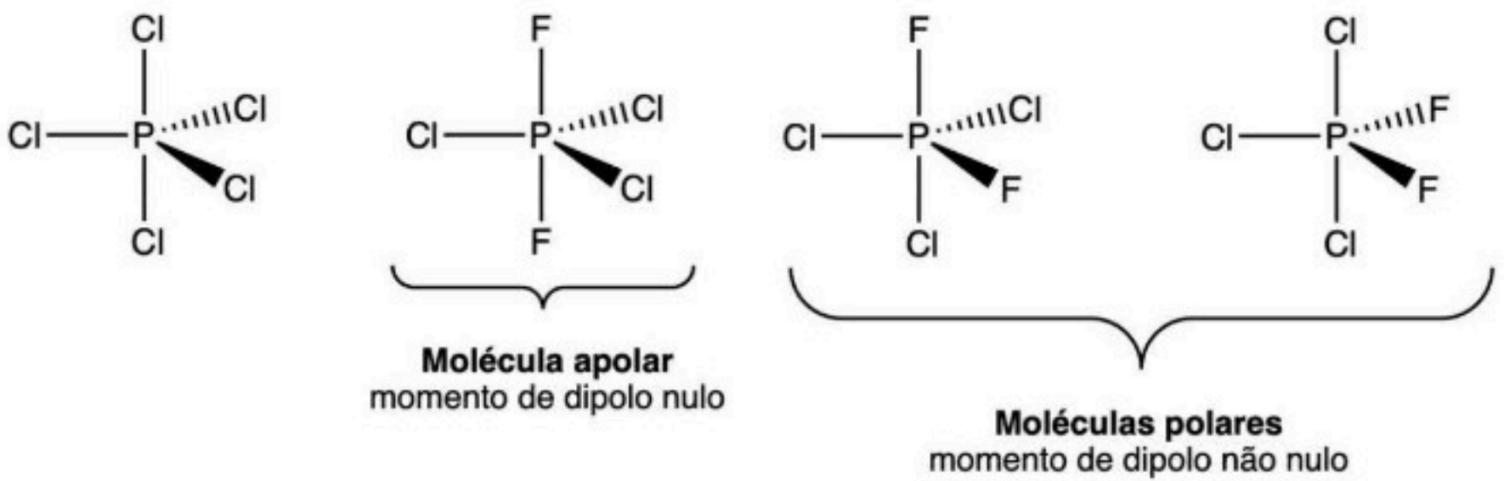
E () $\frac{5}{10}$ e $\frac{5}{10}$.

B () $\frac{2}{10}$ e $\frac{8}{10}$.

D () $\frac{4}{10}$ e $\frac{6}{10}$.

Assunto: Ligações Químicas.

A molécula de PCl_5 é uma bipirâmide de base trigonal. Ao trocar dois cloros por dois flúors, há formação de três isômeros, dos quais dois são polares e um é apolar.



A questão solicita que os todos os cloros sejam diferentes. Logo, a probabilidade de formar isômeros apolares é de:

Número total de possibilidade = $\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ possibilidades.

Número total de possibilidades apolares = 1 possibilidade.

$$P_{\text{apolares}} = \frac{1}{10}$$

Logo, a possibilidade de ter polares é:

$$P_{\text{polares}} = \frac{9}{10}$$

Gabarito: A.

33ª QUESTÃO

Um dos procedimentos mais utilizados para purificação de alguns sais é descrito abaixo:

- I. lavagem com água gelada;
- II. adição de uma certa quantidade de água para a obtenção de uma solução saturada à alta temperatura e aquecimento dessa mistura até total dissolução do sal;
- III. filtração a quente;
- IV. resfriamento controlado da solução sob agitação.

A respeito do procedimento descrito, assinale a opção que contém a afirmação ERRADA.

- A** () A lavagem com água gelada é realizada para remover as impurezas solúveis em água, evitando maiores perdas do sal.
- B** () A curva de solubilidade do sal em água é fundamental para determinação da temperatura de aquecimento da mistura.
- C** () A filtração a quente é realizada para remoção das impurezas solúveis em água, evitando perdas do sal.
- D** () O controle da temperatura de resfriamento e o grau de agitação da solução determinam o formato e a granulometria dos cristais.
- E** () O processo apresentado pode ser utilizado na recristalização de sais.

Assunto: Separação de misturas

O método descrito é o da recristalização.

- A) Verdadeiro, a lavagem com água gelada remove as impurezas solúveis em água a baixas temperaturas.
- B) Verdadeiro, a partir da curva de solubilidade do sal se sabe a temperatura em que a solução vai ficar saturada.
- C) Falso, a filtração a quente remove impurezas insolúveis em água quente.
- D) Verdadeiro, a mistura precisa ser resfriada lentamente e com baixo grau de agitação, pois isso interfere no formato e granulometria dos cristais.
- E) Verdadeiro, o processo descrito é a cristalização fracionada.

Resposta: C

34ª QUESTÃO

Assinale a opção que apresenta a afirmação ERRADA a respeito de processos termodinâmicos.

- A () A variação de energia interna de um processo de expansão isotérmica de um gás ideal é igual a zero.
- B () A variação de energia de Gibbs é menor do que zero em um processo de precipitação de uma substância a partir de uma solução supersaturada.
- C () A variação de entalpia de um processo de compressão isobárica é igual ao calor trocado.
- D () A variação de entropia de fusão de uma substância independe da temperatura à pressão constante.
- E () A variação de entropia da vizinhança é igual a zero em um processo de expansão adiabática.

COLÉGIO

master *Resolve*

FÍSICA NO COLÉGIO. EDUCAÇÃO VIDA.

Assunto: Termodinâmica

A (V) Para um gás ideal, não há mudanças em energias potenciais durante uma expansão isotérmica (pois não há interações intermoleculares). Assim, é válida a relação:

$$\Delta U = nC_V\Delta T = 0$$

B(V) Uma solução supersaturada é metaestável. Ao adquirir estabilidade, o processo é espontâneo, tendo $\Delta G < 0$.

C (V) Pela definição de entalpia $H = U + pV$, a variação de entalpia é o calor envolvido a pressão constante.

D (F) Pela Lei de Kirchoff, a variação de entropia de um processo físico-químico depende da temperatura:

$$\Delta S_{T2} = \Delta S_{T1} + \Delta Cp \times \ln \frac{T_2}{T_1}$$

E (V) Uma vez que não há troca de calor com a vizinhança, $\Delta S_{VIZ} = 0$.

Resposta: D

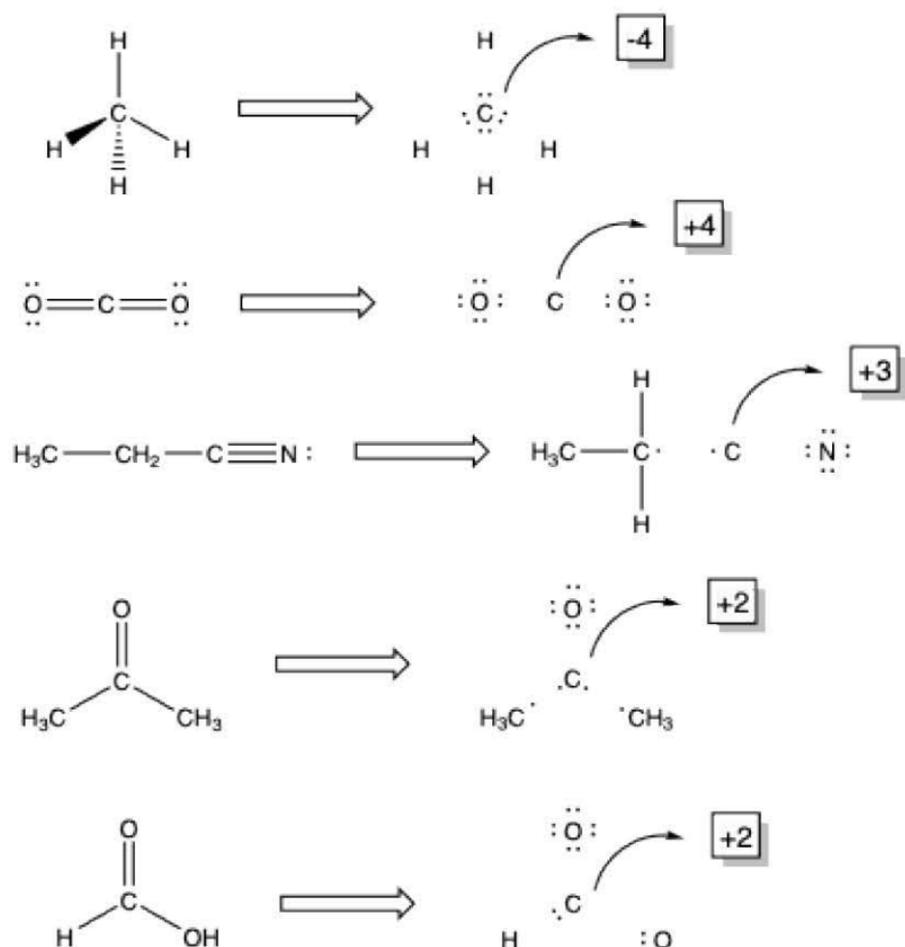
35ª QUESTÃO

Assinale a opção que contém o valor ERRADO do número de oxidação de átomos de carbono em diferentes compostos.

- A () -4 no metano.
- B () +4 no dióxido de carbono.
- C () +3 no carbono do grupo nitrila na propanonitrila.
- D () +2 no carbono do grupo cetona na propanona.
- E () +3 no ácido metanoico.

Assunto: Número de oxidação

O carbono(C) tem 4 elétrons na camada de valência. Para determinar o NOX desse elemento nos compostos, deve-se realizar a contagem iônica, com “quebra heterolítica” das ligações envolvendo os átomos de diferentes eletronegatividades, comparando o número de elétrons com o número originalmente presente na camada de valência do carbono:



O gabarito, portanto, é o item E.

Resposta: E

36ª QUESTÃO

Uma mistura de gases hipotéticos A_2 e B_2 pode reagir na presença de luz. Sabendo-se que a energia mínima do fóton para iniciar a reação entre os gases é de 2,3 eV, assinale a alternativa que apresenta o tipo de laser de menor energia que possibilita a ocorrência da reação.

Dados eventualmente necessários: $\lambda_{\text{violeta}} = 405 \times 10^{-9} \text{ m}$, $\lambda_{\text{verde}} = 532 \times 10^{-9} \text{ m}$ e $\lambda_{\text{vermelha}} = 650 \times 10^{-9} \text{ m}$.

A () Ultravioleta.

C () Verde.

E () Infravermelho.

B () Violeta.

D () Vermelho.

COLEGIO

master *Resolve*

ENSINA NO COLEGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Atomística

Usando a equação do cálculo da energia:

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Transformando a energia de elétron-volt para Joule

$$1,0 \text{ eV} \text{-----} 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$2,3 \text{ eV} \text{-----} x$$

$$x = 3,684 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{3,684 \times 10^{-19}}$$

$$\lambda = 5,40 \times 10^{-7}$$

$$\lambda = 540 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Resposta C

37ª QUESTÃO

De acordo com as informações encontradas no texto, é CORRETO afirmar que

- A () recentemente, descobertas cósmicas que mereçam destaque nas manchetes dos jornais têm se tornado cada vez mais escassas, limitando-se a divulgações esporádicas.
- B () o aumento expressivo na cobertura de assuntos relacionados ao universo deve-se principalmente ao interesse crescente pelo tema por parte das pessoas que controlam a mídia.
- C () o incremento na produção de filmes, documentários e programas de televisão baseados na ciência comprova o aumento do apetite popular por temas ligados ao universo.
- D () nos últimos anos, importantes cientistas têm sido retratados em lançamentos teatrais como indivíduos voltados exclusivamente para si mesmos, preocupados apenas com suas trajetórias pessoais.
- E () o campo da astrofísica cresceu dado o cenário pessimista atual, em que se nota a preocupação humana com a transitoriedade e instabilidade da vida.

Assunto: Interpretação de Texto

O texto informa que o crescente aumento na produção de filmes, documentários e programas de televisão voltados à ciência comprova o aumento do interesse do público em geral por temas ligados ao universo, como pode ser comprovado no trecho “...this rise in coverage likely comes from a genuine increase in the public’s appetite for Science...”. Portanto, o item “C” é a resposta correta.

Resposta C

38ª QUESTÃO

No excerto retirado do segundo parágrafo do texto, “While most branches of science have ascended in this era, the field of astrophysics persistently rises to the top”, o termo **WHILE** estabelece, entre as orações, a ideia de

- A () similaridade.
- B () contraste.
- C () consequência.
- D () simultaneidade.
- E () proporcionalidade.

Assunto: Conectivos

A questão exige que seja feita uma interpretação da relação de sentido estabelecida pelo conectivo “while” na frase “While most branches of science have ascended in this era, the field of astrophysics persistently rises to the top” (Embora a maioria dos ramos da ciência tenha progredido nesta era, o campo da astrofísica continua se destacar no topo), o qual, no inglês, pode ter mais de um significado, mas, ao se analisar o trecho e o contexto do texto, observa-se que esse termo foi utilizado para estabelecer um contraste entre o avanço das ciências e a visibilidade da astrofísica. Desse modo, o item “B” é o correto.

Resposta: B.

39ª QUESTÃO

Na passagem do texto “The highest grossing film of all time is by a famous director who set his story on a planet orbiting a distant star.”, a expressão sublinhada pode ser traduzida como:

- A () O filme mais comovente
- B () O filme mais bem produzido
- C () O filme de maior orçamento
- D () O filme de maior bilheteria
- E () O filme mais aclamado pela crítica

Assunto: Vocabulário

A expressão sublinhada, “The highest grossing film”, deve ser traduzida como “O filme de maior bilheteria”, tradução que está de acordo com a alternativa D da questão.

Resposta: D.

40ª QUESTÃO

According to the text, “the three-body problem” in astronomy and mathematics can be described as

- A () the plot of an epic sci-fi trilogy characterised by the author’s attention to scientific detail.
- B () a difficulty in foreseeing the way celestial bodies will behave while moving around in space into the future.
- C () a group meeting of former students at the University of Oxford, known as “The Oxford Five”.
- D () a theory which describes the events that takes place in a distant galaxy with three suns.
- E () a theory on how to measure the distances between three celestial bodies.

Assunto: Interpretação de Textos

De acordo com o texto, “O Problema dos Três Corpos” (“The Three-body Problem”), no que se refere à astronomia e à matemática, há uma dificuldade de antever a maneira como corpos celestiais, tais como planetas, luas e estrelas, se comportarão enquanto se movem pelo espaço em direção ao futuro. Essa informação pode ser comprovada pelo trecho “...a conundrum in astronomy and mathematics that describes why it’s often difficult to predict the long-term trajectory of planets, moons and stars.” Dessa forma, o item “B” é o que deve ser escolhido como verdadeiro.

Resposta: B

41ª QUESTÃO

According to the text, the TV series mentioned

- A () lacks scientific ideas in its screen adaptation.
- B () is based on the entire epic sci-fi trilogy, the Remembrance of Earth's Past.
- C () features an alien race who decide to come to Earth and support our rapid technological advancement.
- D () tells the story of a group of aliens that are determined to get control of the Earth.
- E () focuses on the lives of "The Oxford Five" who are not qualified to deal with real-life scientific problems.

Assunto: Interpretação de Texto

O texto cita que a série de TV mencionada, "O Problema dos Três Corpos", conta a história de uma raça de alienígenas que está determinada a controlar a Terra, como pode ser comprovado pelo trecho "The crux of the story is that an alien race – called the Trisolarans or San-Ti Ren – is headed to Earth to colonise it." Dessa forma, a alternativa "D" é a que deve ser escolhida como verdadeira.

Resposta: D

42ª QUESTÃO

No excerto “The extraterrestrials’ home planet is situated in a solar system with three suns, hence their name in the English translation of the book – the Trisolarans. This three-sun system can be highly unstable, making conditions difficult for life, hence the desire to travel across the Universe in order to inhabit our relatively stable Solar System.”, retirado do 5º parágrafo, o termo **HENCE** pode ser substituído em ambas as ocorrências, sem alteração de sentido, por

- A () and therefore.
- B () and nevertheless.
- C () and because of.
- D () and although.
- E () moreover.

Assunto: Conectivos

O conectivo hence (assim, por isso, dessa forma) pode ser substituído, em ambos os casos, por and therefore, não havendo prejuízo para o sentido da frase, sendo a alternativa A aquela a ser escolhida como verdadeira.

Resposta: A

43ª QUESTÃO

De acordo com o texto, uma descoberta que causou surpresa aos usuários de radares durante a Segunda Guerra Mundial foi a capacidade do radar em detectar

- A () características geográficas.
- B () fenômenos atmosféricos.
- C () grupos de aves.
- D () grupos de insetos.
- E () aeronaves e navios.

Assunto: Interpretação de Textos

No texto “Radar Entomology: Observing Insect Flight and Migration”, que aborda o uso de radares, uma descoberta que causou surpresa aos usuários desses equipamentos durante a Segunda Guerra Mundial foi a capacidade do radar em detectar grupo de aves, o que pode ser comprovado no trecho “...but the discovery, during World War II, that birds were often detectable was less expected....” (“..mas a descoberta, durante a Segunda Guerra Mundial, de que pássaros eram frequentemente detectáveis era menos esperada.”). Desse modo, o item “C” é a resposta certa.

Resposta: C

44ª QUESTÃO

No excerto “. . . puzzlingly from their perspective, when there was not a cloud in sight.”, retirado do 2º parágrafo, o termo **PUZZLINGLY** indica que os meteorologistas estavam diante de uma situação

- A () alinhada às suas expectativas.
- B () previsível e lógica.
- C () incomum, mas já observada.
- D () nova, mas esperada.
- E () inusitada e de difícil explicação.

Assunto: Vocabulário

No trecho “. . . puzzlingly from their perspective, when there was not a cloud in sight.”, o termo ‘PUZZLINGLY’ indica que os meteorologistas estavam diante de uma situação inusitada e de difícil explicação, tendo em vista o fenômeno que ocorrera quando não havia uma nuvem à vista. Portanto, o item “E” é a resposta correta.

Resposta: E

45ª QUESTÃO

According to the text, some publishers of scientific journals are concerned about the

- A () lack of policies regulating the production of fluent and seemingly well-informed reports essays.
- B () flood of manuscripts written entirely by computer programs that is already on the market.
- C () total ban that some publications have imposed on the publication of AI-generated texts.
- D () substantial number of authors who refuse to produce manuscripts having the ChatGPT as a co-author.
- E () possibility of an increase in the number of articles containing considerable amount of AI-written text.

Assunto: Interpretação de Texto

De acordo com o texto, alguns editores de periódicos (jornais) científicos estão preocupados com a possibilidade de um aumento no número de artigos contendo uma considerável quantidade de textos escritos com o uso de inteligência artificial. Essa informação pode ser comprovada pelo trecho “Worried about the ethics and accuracy of such content, Franzen and managers at other journals are scrambling to protect the scholarly literature from a potential flood of manuscripts written in whole or part by computer programs.” A alternativa “E”, portanto, é a que deve ser escolhida como verdadeira.

Resposta: E

46ª QUESTÃO

Considerando o teor do artigo, assinale a tradução mais coerente para o título “As scientists explore AI-written text, journals hammer out policies”.

- A () Assim como os cientistas exploram o texto gerado por IA, jornais elaboram políticas.
- B () À medida que os cientistas exploram o texto gerado por IA, periódicos definem políticas.
- C () Enquanto os cientistas exploram o texto gerado por IA, jornais golpeiam políticas.
- D () Da mesma forma como os cientistas exploram o texto gerado por IA, periódicos fecham acordos políticos.
- E () Tal como os cientistas exploram o texto gerado por IA, periódicos rompem com as políticas.

Assunto: Tradução

A tradução mais coerente, de acordo com o contexto do texto “As scientists explore AI-written text, journals hammer out policies”, para o título do texto é “À medida que os cientistas exploram o texto escrito por IA, as revistas elaboram políticas”, sendo verdadeiro, então, o item “B” da questão.

Resposta: B

47ª QUESTÃO

Leia as asserções destacadas e, em seguida, assinale a alternativa CORRETA.

- I. Pesquisadores acostumados a ler artigos de periódicos médicos não conseguem compreender um terço das publicações.
 - II. Por ora, editores e revisores de publicações científicas têm dificuldades para identificar, de forma consistente, textos gerados por IA dada a escassez de softwares especializados.
 - III. Responsáveis por publicações científicas estão relutantes em coibir o uso de geradores de texto por computador, temendo uma potencial enxurrada de críticas por parte da comunidade acadêmica.
 - IV. A publicação de prospectos gerados por IA, contendo novas versões de alguns artigos científicos específicos, causou uma onda de choque na indústria editorial acadêmica.
- A () Todas as asserções são verdadeiras.
- B () Somente as asserções II e III são verdadeiras.
- C () Apenas a asserção II é verdadeira.
- D () Somente as asserções III e IV são verdadeiras.
- E () Nenhuma das asserções é verdadeira.

Assunto: Interpretação de Texto

Com base na leitura do texto, pode-se inferir que a única asserção correta é a II, pois, por ora, os editores ainda têm encontrado dificuldades em identificar, de forma consistente, os textos gerados por IA. Na asserção I, os pesquisadores não conseguem identificar se 1/3 dos textos foi escrito por uma máquina. Já na a asserção III, o texto não cita se há um temor de uma enxurrada de críticas por parte da comunidade acadêmica quanto a uma possível proibição do uso de computadores para criação de textos. Por fim, na asserção IV, não há a informação de que a publicação de prospectos gerados por IA tenham causado uma onda de choque na indústria editorial acadêmica. Dessa forma, a alternativa “C” é a que deve ser escolhida como verdadeira.

Resposta: C

48ª QUESTÃO

No trecho do último parágrafo do texto “... to explore its capabilities ...”, o termo

ITS refere-se a

- A () AI developers.
- B () scientific literature.
- C () publishing industry.
- D () scientists.
- E () ChatGPT.

COLEÇÃO

master *Resolve*

ENSINA NO COLÉGIO. EDUCA NA VIDA.

Assunto: Pronomes

No texto “As scientists explore AI-written text, journals hammer out policies”, o termo “ITS”, no trecho, “... to explore its capabilities ...”, refere-se à ferramenta de inteligência artificial (IA) ChatGPT. Diante disso, o item correto é o “E”.

Resposta: E